

LE FUTUR DES ENERGIES

Le transport de l'électricité

I- le transport de l'électricité

⇒ **Activité - Comment est assuré le transport de l'électricité ?**

Bilan de l'activité

- Le réseau de distribution électrique transporte l'énergie électrique dans des câbles où **une partie de la puissance transportée est dissipée par effet joule.**

Ces pertes par effet joule dépendent :

- de la **résistance R** du câble électrique
- de **l'intensité I du courant** qui circule dans le câble électrique

Le bilan de puissance d'un câble s'écrit :

$$P_{\text{transportée}} = P_J + P_{\text{utile}}$$

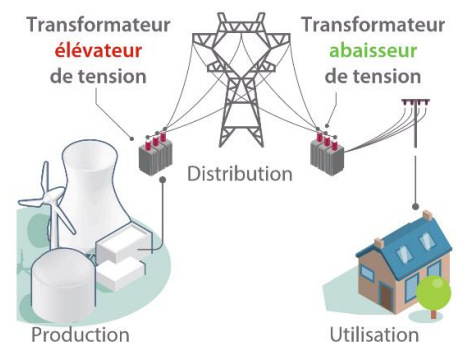
avec $P_J = R_{\text{câble}} \times I^2$

- Pour minimiser ces pertes par effet joule**, l'énergie électrique est transportée dans des **lignes à haute tension** :
plus la tension d'alimentation est élevée, plus l'intensité du courant électrique est faible, plus on réduit la puissance dissipée par effet joule P_J

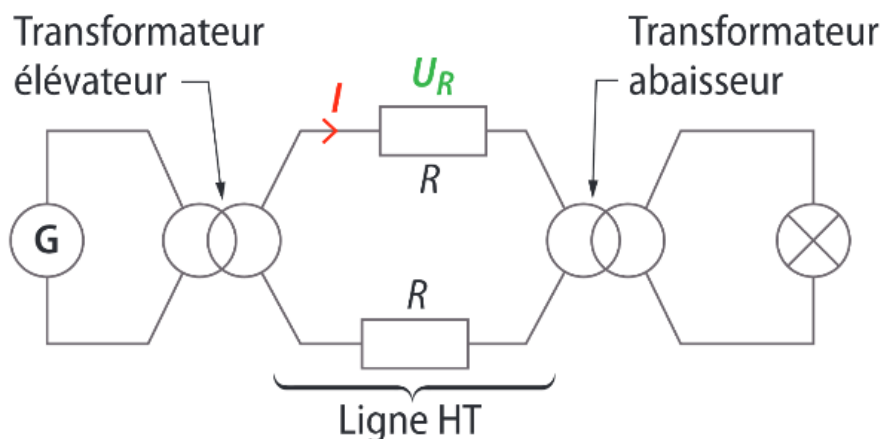
Rappel :

$$P = U \times I$$

- Lors du transport de l'électricité, **pour abaisser ou élever la tension**, on utilise des **transformateurs** :
 - un **transformateur élévateur de tension** ($m > 1$) permet d'obtenir une tension supérieure à celle produite (afin de réduire les pertes par effet Joule lors du transport)
 - un **transformateur abaisseur** ($m < 1$) de tension permet à l'utilisateur de disposer d'une tension adéquate.



- Les **lignes à haute tension** d'un réseau peuvent être modélisées par le **schéma électrique** suivant :



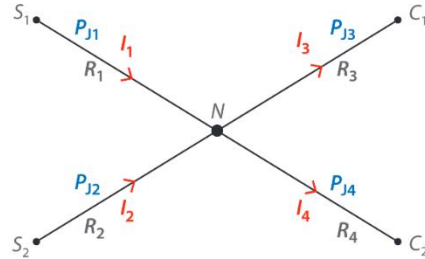
II- Modéliser et optimiser le réseau électrique

⇒ Activité - Comment modéliser et optimiser un réseau de distribution électrique ?

Bilan de l'activité

- Un réseau de distribution électrique peut être modélisé par **un graphe orienté** dans lequel :

- **les arcs (ou segments orientés)** représentent les lignes électriques
- **les sources distributives (S)** représentent les lieux de production énergétiques
- **les cibles destinatrices (C)** représentent les consommateurs d'électricité
- **les nœuds intermédiaires (N)** représentent les transformateurs et les répartiteurs



- **Optimiser** l'acheminement de l'énergie électrique signifie **minimiser les pertes par effet Joule** sur l'ensemble du réseau.

Mais pour ce faire, **cette optimisation doit répondre à différentes contraintes :**

- **chaque source distributive (S₁, S₂) ne peut délivrer qu'un courant maximal (I_{1max}, I_{2max})** car leur puissance de production est limitée
- d'après **la loi des nœuds**, l'intensité totale qui entre dans un nœud est égale à l'intensité totale qui en sort :

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

- **chaque cible destinatrice (C₁, C₂) impose une valeur d'intensité du courant qu'elle utilise (I₃ et I₄ dont on connaît la valeur)**

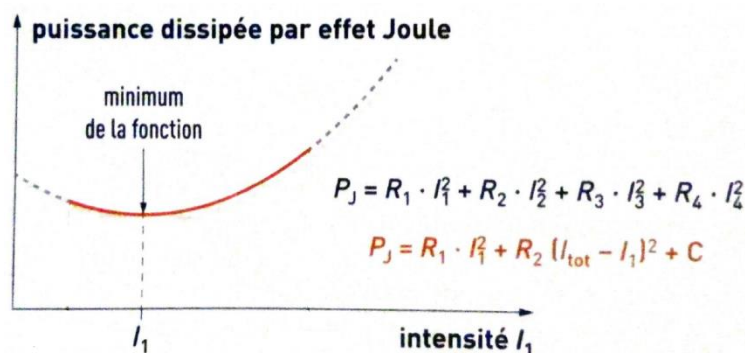
- En tenant compte des contraintes précédentes, **l'étude d'un graphe orienté permet :**

- **d'exprimer mathématiquement la fonction P_{J totale} :**

$$P_{J \text{ totale}} = P_{J1} + P_{J2} + P_{J3} + P_{J4}$$

$$P_{J \text{ totale}} = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + R_3 \times I_3^2 + R_4 \times I_4^2$$

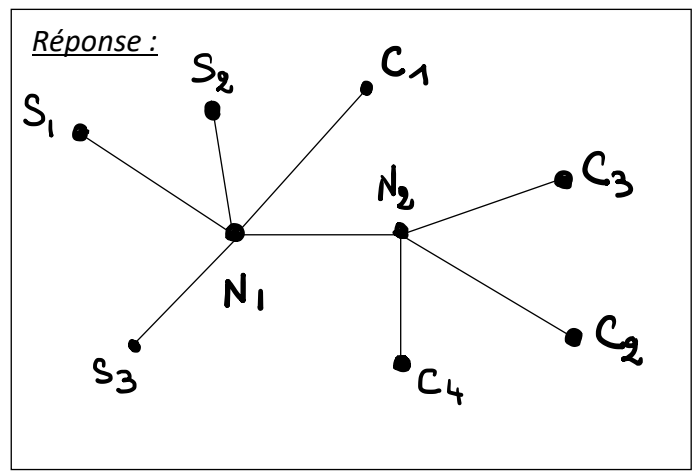
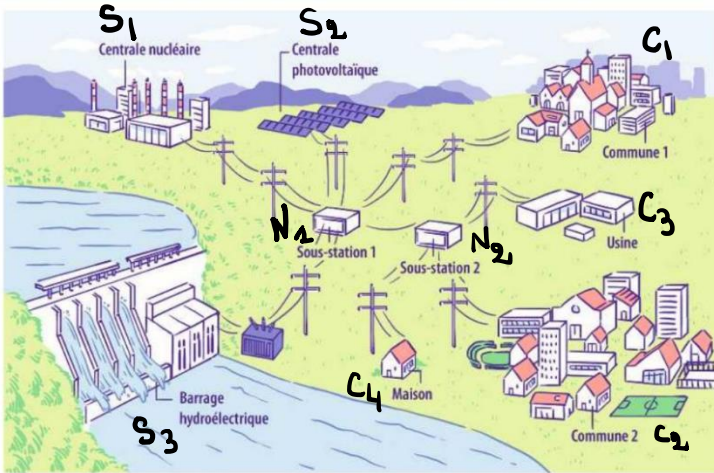
- **puis de déterminer les valeurs des intensités distribuées par les sources (I₁, I₂) pour lesquelles les pertes sont minimales :**



Remarque : dans la réalité, ce problème d'optimisation complexe est résolu par des méthodes numériques (algorithmes).

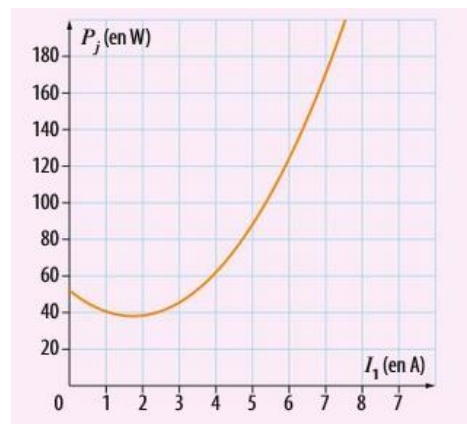
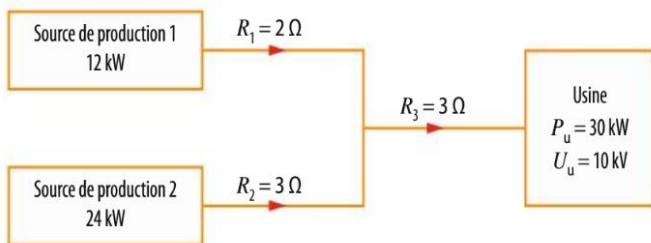
Application 1 :

Modéliser le réseau de transport électrique ci-dessous à l'aide d'un graphe orienté :



Application 2 :

Deux centres de production d'énergie électrique sont susceptibles d'alimenter une usine selon le graphe orienté suivant :



Au vu des contraintes de l'usine on cherche comment minimiser les pertes de puissance par effet Joule P_j .

1. **Calculer** la valeur du courant d'intensité I_3 utilisée par l'usine.
2. **Calculer** les valeurs d'intensité maximum I_{1max} et I_{2max} que peuvent fournir chacune des sources de production.
3. **Exprimer** la puissance totale perdue par effet Joule P_j en fonction de I_1 , I_2 et I_3
4. **Vérifier** que $P_j(I_1) = 5 I_1^2 - 18 I_1 + 54$
5. On a tracé ci-dessus la représentation graphique de la fonction précédente. **Déterminer** une valeur approchée de la valeur I_1 qui rend les pertes minimales par effet Joule (par la méthode de votre choix)
6. **En déduire** la valeur de I_2

Réponses :

1) $P = U \times I$ donc $I_3 = P/U = 30\,000 / 10\,000 = 3\text{ A}$

2) $P = R \times I^2$ donc $I_{1max} = \sqrt{\frac{P_{1max}}{R_1}} = \sqrt{\frac{12000}{2}} = 77\text{ A}$ et $I_{2max} = \sqrt{\frac{24000}{3}} = 89\text{ A}$

Les sources de production 1 et 2 peuvent donc délivrer respectivement au maximum une intensité $I_{1max} = 77\text{ A}$ et une intensité $I_{2max} = 89\text{ A}$.

3) $P_j = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + R_3 \times I_3^2 = 2 I_1^2 + 3 I_2^2 + 3 I_3^2$ (*)

4) Or $I_3 = 3\text{ A}$ (imposé par le consommateur) et d'après la loi des nœuds, $I_1 + I_2 = I_3 = 3\text{ A}$ donc $I_2 = I_3 - I_1 = 3 - I_1$ que l'on introduit dans (*) : $P_j = 2 \times I_1^2 + 3 \times (3 - I_1)^2 + 3 \times 3^2$

Or $(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ donc $P_j = 2 \times I_1^2 + 3 \times (9 - 6 \times I_1 + I_1^2) + 27 = 2 I_1^2 + 27 - 18 I_1 + 3 I_1^2 + 27$
donc $P_j = 5 I_1^2 - 18 I_1 + 54$

Suite de l'application 2 :

5) D'après la représentation graphique de la fonction précédente, la valeur de P_J est minimale pour $I_1 \approx 2A$

⇒ *Pour les spé Maths* : On peut le vérifier plus précisément en faisant un tableau de variation de la fonction ; on calcule la dérivée de la fonction $P_J' = 10 I_1 - 18$. Cette dérivée s'annule pour $I_1 = 1,8 A$

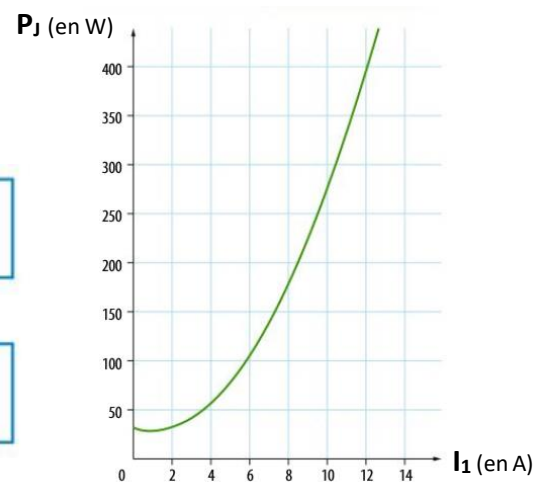
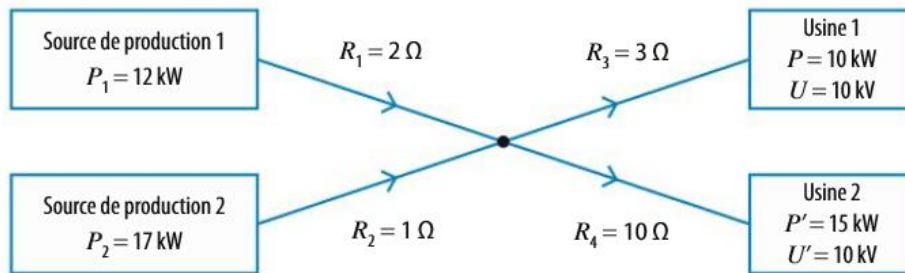
$x = I_1$	0	1,8	77
$P_J'(x)$		-	+
$P_J(x)$		37,8	

Les pertes par effet Joule sont minimales pour $I_1 = 1,8 A$.

6) D'après la loi des nœuds, $I_2 = I_3 - I_1 = 3 - 1,8 = 1,2 A$ si $I_1 = 1,8 A$

Application 3 :

Deux centres de production d'énergie électrique sont susceptibles d'alimenter des usines selon le graphe orienté ci-dessous :



1. **Calculer** les valeurs d'intensité du courant I_3 et I_4 utilisée respectivement par l'usine 1 et l'usine 2.
2. **Exprimer** la puissance totale dissipée par effet Joule P_J en fonction de I_1, I_2, I_3 et I_4
3. **Vérifier** que $P_J(I_1) = 3 I_1^2 - 5 I_1 + 31,75$
4. **Déterminer** la valeur de l'intensité du courant I_1 pour laquelle les pertes par effet Joule sont minimales (par la méthode de votre choix).
5. **En déduire** la valeur de l'intensité du courant I_2

Point Maths :
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Réponses :

1) $P = U \times I$ donc $I_3 = P/U = 1 A$ et $I_4 = P'/U' = 1,5 A$

2) $P_J = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + R_3 \times I_3^2 + R_4 \times I_4^2 = 2 I_1^2 + 1 \times I_2^2 + 3 \times I_3^2 + 10 \times I_4^2$ (*)

3) Or $I_3 = 1 A$ et $I_4 = 1,5 A$ (imposés par le consommateur)

et d'après la loi des nœuds, $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = 2,5 A$ donc $I_2 = 2,5 - I_1$

que l'on introduit dans (*) : $P_J = 2 I_1^2 + (2,5 - I_1)^2 + 3 \times 1^2 + 10 \times 1,5^2$

Or $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ donc $P_J = 2 \times I_1^2 + (6,25 - 5 \times I_1 + I_1^2) + 25,5$

donc $P_J = 3 I_1^2 - 5 I_1 + 31,75$

4) D'après la représentation graphique de la fonction précédente, la valeur de P_J est minimale pour $I_1 \approx 1A$

⇒ *Pour les spé Maths* : On peut le vérifier plus précisément en faisant un tableau de variation de la fonction ; on calcule la dérivée de la fonction $P_J' = 6 I_1 - 5$. Cette dérivée s'annule pour $I_1 \approx 0,83 A$

Les pertes par effet Joule sont minimales pour $I_1 \approx 0,83 A$

5) D'après la loi des nœuds, $I_2 = 2,5 - I_1 = 2,5 - 0,83 = 1,67 A$ si $I_1 = 0,83 A$ (ou $I_2 = 1,5A$ si $I_1 \approx 1A$)